YUQORI DARAJALI ALGEBRAIK TENGLAMALARNI YECHISH USULLARI

Ruziboyeva Oqila Shonazar qizi
Qarshi davlat universiteti o‘qituvchisi
e-mail: oqilaruziboyeva2905@gmail.com
Qarshi davlat universiteti talabalari
Dilshodova Nuriya Dilshod qizi
e-mail:
Normurodova Durdona Normumin qizi
e-mail:

ANNOTATSIYA: Ushbu maqolada yuqori darajali algebraik tenglamalarni yechishning asosiy usullari ko'rib chiqilgan. Faktorlash, almashtirishlar, simmetriq tenglamalar, gruppalash hamda ratsional ildizlar teoremasi kabi metodlar nazariy asosda tahlil qilinib, ularning qo'llanilishiga doir konkret misollar batafsil yechilgan. Maqola matematika yo'nalishidagi talabalarga amaliy ko'nikma hosil qilishda muhim manba bo'lib xizmat qiladi.

Kalit so'zlar: algebraik tenglama, yuqori daraja, faktorlash, almashtirishlar usuli, ratsional ildizlar, simmetriq tenglama, gruppalash.

ABSTRACT: This article examines the main methods for solving higher-degree algebraic equations. Methods such as factoring, substitution, symmetric equations, grouping, and the rational root theorem are analyzed theoretically, and concrete examples of their application are solved in detail. The article serves as an important practical resource for students in the field of mathematics.

Keywords: algebraic equation, higher degree, factoring, substitution method, rational roots, symmetric equation, grouping.

АННОТАЦИЯ:В данной статье рассмотрены основные методы решения алгебраических уравнений высших степеней. Методы разложения на множители, подстановок, симметричных уравнений, группировки, а также теорема о рациональных корнях проанализированы теоретически, и для

каждого метода приведены подробно решённые конкретные примеры. Статья служит важным практическим источником для студентов математических специальностей.

Ключевые слова: алгебраическое уравнение, высшая степень, разложение на множители, метод подстановки, рациональные корни, симметричное уравнение, группировка.

Matematika tarixida algebraik tenglamalar o'zining murakkabligi va nafosati bilan doimo tadqiqotchilarni o'ziga jalb etib kelgan. Ikkinchi darajali tenglamalar uchun qadimgi Bobil va Misr matematiklari yechim usullarini ishlab chiqqan bo'lsa, uchinchi va to'rtinchi darajali tenglamalar XVI asrda italiyalik matematiklar Jeronimo Kardano va Lodoviko Ferrari tomonidan yechildi. Biroq beshinchi va undan yuqori darajali tenglamalarning umumiy algebraik formulalar orqali yechilishi mumkin emasligi Nyels Abel va Evarist Galua tomonidan isbot qilindi — bu kashfiyot zamonaviy algebraning asoslaridan biriga aylandi. Shu bois, amaliyotda ma'lum sinflarga mansub yuqori darajali tenglamalar uchun maxsus yechish usullarini bilish muhim ahamiyat kasb etadi.

Yuqori darajali algebraik tenglama deb, umumiy ko'rinishda

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0 = 0,$$

ko'rinishidagi tenglamaga aytiladi, bu yerda $n \geq 3$, $a_n \neq 0$ va barcha koeffitsiyentlar haqiqiy sonlar. Bunday tenglamaning asosiy algebraning fundamental teoremasi bo'yicha (haqiqiy yoki kompleks sonlar maydonida) aynan n ta ildizi mavjud bo'ladi, ularning ba'zilari esa ko'p qatnashuvchi bo'lishi mumkin. Ushbu maqolada biz eng ko'p qo'llaniladigan to'rtta usulni ko'rib chiqamiz va har biriga misollar yechamiz.

Faktorlash usuli. Bu usulning mohiyati shundaki, chap tomondagi ko'phad bir necha ko'paytuvchiga ajratiladi va har bir ko'paytuvchi nolga tenglashtiriladi. Bunday yondashuv ayniqsa tenglama koeffitsiyentlari orasida aniq bog'liqlik mavjud bo'lganda samarali ishlaydi.

1-misol. Quyidagi tenglamani yeching:

$x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

Yechim. Bu tenglamani $t = x^2$ almashtirishi bilan oddiy kvadrat tenglamaga keltirish mumkin, ammo uni faktorlash usuli bilan ham yechish qulay:

$x^4 - 5x^2 + 4 = (x^2 - 1)(x^2 - 4) = 0$

$(x - 1)(x + 1)(x - 2)(x + 2) = 0$

$x_1 = 1, \quad x_2 = -1, \quad x_3 = 2, \quad x_4 = -2.$

Ko'rinib turibdiki, tenglama to'rt ta haqiqiy ildizga ega. Har bir ildizni tekshirib ko'ramiz: masalan, $x = 1$ ni qo'ysak, $1 - 5 + 4 = 0$ ✓; $x = 2$ ni qo'ysak, $16 - 20 + 4 = 0$ ✓.

Almashtirish (substitusiya) usuli. Bu usulda yangi o'zgaruvchi kiritish orqali yuqori darajali tenglama pastki darajali tenglamaga aylantiriladi. Ayniqsa ikki darajali va uch darajali tenglamalar uchun keng qo'llaniladi.

2-misol. Quyidagi tenglamani yeching:

$x^6 - 9x^3 + 8 = 0$

Yechim. $t = x^3$ deb belgilaymiz, u holda tenglama quyidagi ko'rinishni oladi:

$t^2 - 9t + 8 = 0$

$(t - 1)(t - 8) = 0$

$t_1 = 1 \quad$ yoki $\quad t_2 = 8.$

Endi asl o'zgaruvchiga qaytamiz:

$x^3 = 1 \implies x_1 = 1$

$x^3 = 8 \implies x_2 = 2$

Demak, tenglama ikki ta haqiqiy ildizga ega: $x_1 = 1$ va $x_2 = 2$. (Kompleks ildizlarni hisobga olsak, jami 6 ta ildiz bor, ammo maqolada haqiqiy ildizlarga e'tibor qaratiladi.)

Ratsional ildizlar teoremasi. Agar tenglama $a_n x^n + \ldots + a_0 = 0$ butun sonli koeffitsiyentlarga ega bo'lsa, u holda har qanday ratsional ildiz p/q ko'rinishida bo'ladi, bu yerda p — a_0 ning bo'luvchisi, q — a_n ning bo'luvchisi. Bu teorema yordamida butun va ratsional ildizlarni izlash imkoniyati tug'iladi.

3-misol. Quyidagi tenglamani yeching:

$2x^3 - 3x^2 - 11x + 6 = 0$

Yechim. Ratsional ildizlar teoremasi bo'yicha mumkin bo'lgan ratsional ildizlar: ±1, ±2, ±3, ±6, ±1/2, ±3/2. Ularni tekshirib chiqamiz:

$x = 3$: $2(27) - 3(9) - 11(3) + 6 = 54 - 27 - 33 + 6 = 0$ ✓

Demak, $x = 3$ ildiz. Endi ko'phadni $(x - 3)$ ga bo'lamiz (Gorner sxemasi orqali):

$2x^3 - 3x^2 - 11x + 6 = (x - 3)(2x^2 + 3x - 2)$

$2x^2 + 3x - 2 = 0$

$x = (-3 \pm \sqrt{(9 + 16)}) / 4 = (-3 \pm 5) / 4$

$x_2 = 1/2, \quad x_3 = -2.$

Yakuniy javob: $x_1 = 3$, $x_2 = 1/2$, $x_3 = -2$. Uchala ildiz ham ratsional ekanligiga e'tibor bering — bu teoremaning quvvatini ko'rsatadi.

Simmetriq (palindrom) tenglamalar. Agar tenglama koeffitsiyentlari "o'qish yo'nalishidan qat'i nazar" bir xil bo'lsa, ya'ni $a_n = a_0$, $a_{n-1} = a_1$ va hokazo, bunday tenglama simmetriq deyiladi. Bu tenglamalar uchun maxsus almashtirish usuli qo'llaniladi.

4-misol. Quyidagi to'rtinchi darajali simmetriq tenglamani yeching:

$2x^4 - 5x^3 + 4x^2 - 5x + 2 = 0$

Yechim. Tenglama koeffitsiyentlari 2, −5, 4, −5, 2 — simmetriyani ko'rish mumkin. $x = 0$ ildiz emasligini tekshirib, ikki tomoni x^2 ga bo'lamiz:

$2x^2 - 5x + 4 - 5/x + 2/x^2 = 0$

$2(x^2 + 1/x^2) - 5(x + 1/x) + 4 = 0$

$t = x + 1/x$ deb olsak, $t^2 = x^2 + 2 + 1/x^2$, shuning uchun $x^2 + 1/x^2 = t^2 - 2$. Almashtirish:

$2(t^2 - 2) - 5t + 4 = 0$

$2t^2 - 5t = 0$

$t(2t - 5) = 0$

$t_1 = 0$ yoki $t_2 = 5/2$

$t_1 = 0$ uchun: $x + 1/x = 0 \rightarrow x^2 = -1 \rightarrow$ kompleks ildizlar. $t_2 = 5/2$ uchun:

$x + 1/x = 5/2 \rightarrow 2x^2 - 5x + 2 = 0$

$x_1 = 2, \quad x_2 = 1/2.$

Haqiqiy ildizlar: $x_1 = 2$ va $x_2 = 1/2$. Ularni tekshiramiz: $x = 2$ qo'ysak, $2(16) - 5(8) + 4(4) - 5(2) + 2 = 32 - 40 + 16 - 10 + 2 = 0$ ✓.

Gruppalash usuli. Bu usulda ko'phadning hadlari ma'lum bir tartibda guruhlanib, umumiy ko'paytuvchi ajratiladi. Natijada tenglama ko'paytuvchilar ko'paytmasiga aylantiriladi. Bu usul ayniqsa maxsus tuzilishga ega ko'phadlarda samarali.

5-misol. Quyidagi tenglamani yeching:

$x^3 + 3x^2 - x - 3 = 0$

Yechim. Hadlarni guruhlarga ajratamiz:

$(x^3 + 3x^2) - (x + 3) = 0$

$x^2(x + 3) - 1 \cdot (x + 3) = 0$

$(x + 3)(x^2 - 1) = 0$

$(x + 3)(x - 1)(x + 1) = 0$

$x_1 = -3, \quad x_2 = 1, \quad x_3 = -1.$

Tekshiruv: $x = -3$ ni qo'ysak: $-27 + 27 + 3 - 3 = 0$ ✓; $x = 1$ ni qo'ysak: $1 + 3 - 1 - 3 = 0$ ✓. Uchala ildiz to'g'ri.

Ko'rib o'tganimiz usullarni umumlashtirish uchun shuni ta'kidlash joizki, amaliy masalalarda ko'pincha bitta usul yetarli bo'lmaydi — bir necha metodning kombinatsiyasini qo'llash talab etiladi. Masalan, ratsional ildizlar teoremasi yordamida bitta ildiz topilgandan keyin ko'phad pastki darajali ko'phadlarga ajratiladi va qolgan ildizlar boshqa usullar bilan aniqlanadi. Bundan tashqari, Gorner sxemasi — ko'phadni ma'lum bir qiymat bo'yicha qiymatlash va bo'lish jarayoni — yuqori darajali tenglamalarni yechishda ajralmas vosita hisoblanadi.

Xulosa sifatida aytish mumkinki, yuqori darajali algebraik tenglamalar nazariyasi ham nazariy, ham amaliy jihatdan boy va qiziqarli sohani tashkil etadi. Maqolada keltirilgan besh usul — faktorlash, almashtirish, ratsional ildizlar teoremasi, simmetriq tenglamalar va gruppalash — matematika talabasi uchun

amaliy ko'nikma hosil qilishning asosiy vositalaridandir. Ushbu usullarni puxta o'zlashtirgan talaba fizika, muhandislik, iqtisodiyot va boshqa sohalardagi yuqori darajali tenglamalar bilan bog‘liq masalalarni muvaffaqiyatli yecha oladi. Keyingi tadqiqotlarda sonli usullar (Newton usuli, ikkilik qidirish) va kompyuter algebrasi tizimlari orqali yechish masalalarini ko'rib chiqish rejam bor.

ADABIYOTLAR / REFERENCES / ЛИТЕРАТУРА

1. Алгебра ва математик анализ асослари. / T.A. Azlarov, B.Q. Boymurodov. — Toshkent: O'qituvchi, 2018. — 312 b.
2. Виленкин Н.Я. и др. Алгебра и математический анализ. — Москва: Просвещение, 2015. — 368 с.
3. Stewart, J. Precalculus: Mathematics for Calculus. 7th ed. — Boston: Cengage Learning, 2016. — 1060 p.
4. Prasolov V.V. Polynomials. — Berlin: Springer, 2010. — 301 p.
5. Usmonov B.Q., Hamidov A.A. Oliy matematika. — Toshkent: Fan, 2020. — 280 b.
6. Lang, S. Algebra. Revised 3rd ed. — New York: Springer, 2002. — 914 p.
7. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. — Москва: Наука, 1968. — 431 с.