TRIGONOMETRIK AYNIYATLARNI O'QITISHDA ZAMONAVIY PEDAGOGIK TEXNOLOGIYALAR

Ruziboyeva Oqila Shonazar qizi
Qarshi davlat universiteti o‘qituvchisi
e-mail: oqilaruziboyeva2905@gmail.com +998773923939
Eshtemirova Sabrina Qarshi davlat universiteti matematika va informatika yo’nalishi talabasi e-mail: sabrinaeshtemirova6@gmail.com +998918170601
Yo’ldosheva Gulsevar Qarshi davlat universiteti matematika va informatika yo’nalishi talabasi e-mail:gulsevaryoldosheva839gmail.com +998912582580

Annotatsiya: Ushbu maqolada trigonometrik ayniyatlarni o'qitishda zamonaviy pedagogik texnologiyalarning o'rni va ahamiyati ilmiy-pedagogik nuqtai nazardan tahlil etilgan. Maqolada trigonometrik ayniyatlarning matematik mohiyati, ularni o'qitishdagi muammolar, interfaol va axborot-kommunikatsiya texnologiyalaridan foydalanish, GeoGebra dasturiy muhiti, multimedia vositalari hamda raqamli ta'lim platformalarining imkoniyatlari ko'rib chiqilgan. Shuningdek, zamonaviy pedagogik yondashuvlarning o'quvchilar mantiqiy tafakkurini rivojlantirishdagi roli asoslab berilgan.

Kalit so'zlar: trigonometrik ayniyatlar, pedagogik texnologiyalar, GeoGebra, axborot-kommunikatsiya texnologiyalari, interfaol metodlar, raqamli ta'lim, mantiqiy tafakkur.

Annotation: this article analyzes the role and significance of modern pedagogical technologies in the teaching of trigonometric identities from a scientific-pedagogical point of view. The article examines the mathematical essence of trigonometric identities, problems in their training, the use of interactive and information and communication technologies, the GeoGebra software environment, multimedia tools and the possibilities of digital educational

platforms. Also, the role of modern pedagogical approaches in the development of students ' logical thinking is substantiated.

Keywords: trigonometric identities, pedagogical technologies, GeoGebra, information and communication technologies, interactive methods, digital education, logical thinking

Matematika ta'limining muhim tarmog'i bo'lgan trigonometriya, xususan trigonometrik ayniyatlar mavzusi, o'rta va oliy ta'lim muassasalarida o'quvchi va talabalar uchun har doim ham qiyin va murakkab sohalardan biri sifatida qaralgan. Buning asosiy sabablaridan biri shundaki, trigonometrik ayniyatlar bir tomondan kuchli abstrakt matematik tushunchalarni, ikkinchi tomondan esa ularning bir-biri bilan murakkab bog'liqligini talab etadi. **$\sin^2x + \cos^2x = 1$** kabi fundamental ayniyatdan tortib, **$\sin(a + b) = \sin a \cdot \cos b + \cos a \cdot \sin b$** va **$\cos(a - b) = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b$** kabi qo'shish formulalarigacha bo'lgan barcha ayniyatlar o'zaro mantiqiy zanjir hosil qiladi va ularni yuzaki o'rganish o'quvchilarda chuqur tushuncha shakllantirishga imkon bermaydi. Shu boisdan, bu mavzuni o'qitishda an'anaviy usullar bilan bir qatorda zamonaviy pedagogik texnologiyalardan foydalanish bugungi kun talabiga aylanib bormoqda.

An'anaviy o'qitish metodologiyasida trigonometrik ayniyatlar ko'pincha tayyor formula sifatida taqdim etilib, o'quvchidan ularni yodlab, standart mashqlarda qo'llash talab qilingan. Bunday yondashuv o'quvchining formulani qo'llash ko'nikmasini rivojlantirsa-da, uning mohiyatini, geometrik va analitik ma'nosini chuqur tushunishiga ko'p hollarda to'sqinlik qilgan. Pedagogik amaliyot shuni ko'rsatadiki, o'quvchilar ko'pincha **$\tan x = \sin x / \cos x$** formulasini bilsalar ham, uning birlik aylana bilan qanday bog'liqligini, yoki **$1 + \tan^2x = 1/\cos^2x$** ayniyatining asosiy Pifagor ayniyatidan qanday kelib chiqishini mustaqil tushuntira olmaydilar. Bu esa o'quvchilardagi matematik tafakkurning sathli rivojlanayotganidan darak beradi va mavzuni yangicha pedagogik yondashuvlar asosida o'qitish zarurligini ko'rsatadi.

Zamonaviy pedagogika fanida "pedagogik texnologiya" tushunchasi keng qamrovli ma'noga ega bo'lib, u ta'lim jarayonining barcha elementlarini — maqsad, mazmun, metod, vosita va natijani — bir tizimga birlashtiruvchi yondashuv sifatida ta'riflanadi. V.P.Bespalko, G.K.Selevko, N.Azizxo'jayeva kabi olimlarning tadqiqotlari asosida aytish mumkinki, pedagogik texnologiya an'anaviy ta'limdan farqli o'laroq, o'quvchini o'quv jarayonining faol ishtirokchisiga aylantiradi, bilimlarni mexanik emas, balki mantiqiy va izchil o'zlashtirish imkonini beradi. Trigonometrik ayniyatlarni o'qitishda aynan shu printsip alohida ahamiyat kasb etadi, chunki bu mavzu o'ziga xos tizimli fikrlashni, formulalar o'rtasidagi bog'liqlikni ko'ra bilish qobiliyatini talab qiladi.

Zamonaviy pedagogik texnologiyalar orasida axborot-kommunikatsiya texnologiyalari (AKT) matematika ta'limida tobora muhim o'rin egallab bormoqda. AKTdan foydalanish o'quvchilarga trigonometrik funksiyalar va ayniyatlarni statik holda emas, balki dinamik, ko'rgazmali tarzda o'rganish imkonini beradi. Jumladan, GeoGebra dasturiy muhiti trigonometrik ayniyatlarni o'qitishda inqilobiy o'zgarish olib kelgan dasturlardan biri hisoblanadi. GeoGebra yordamida o'quvchi ekran oldida **y = sin x** va **y = cos x** funksiyalarining grafiklarini bir koordinata sistemasida kuzatishi, ularning fazoviy siljishlari orqali **sin(x + π/2) = cos x** ayniyatini ko'z bilan ko'rib, miyasida mustahkam tasavvur shakllantirishi mumkin. Bunday vizual o'rganish metodi faqat yodlashga emas, balki tushunishga asoslanadi va bu o'z navbatida o'quvchi xotirasida formulalarning uzoq muddat saqlanishini ta'minlaydi.

GeoGebra dasturining yana bir muhim xususiyati shundaki, u o'quvchilarga matematik ob'ektlar ustida tajriba o'tkazish imkonini beradi. Masalan, o'quvchi birlik aylana ustida nuqtani siljitib, sinus va kosinusning qanday o'zgarishini real vaqtda kuzata oladi hamda **$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$** ayniyatini geometrik tarzda isbotlashga urinib ko'radi. Bunday faollik o'quvchida matematik tadqiqotchilik ruhini shakllantiradi. Pedagogik nuqtai nazardan bu konstruktivistik ta'lim nazariyasiga to'liq mos keladi — o'quvchi bilimni tayyor holda olmaydi, balki o'zi

kashf qiladi. Jumladan, ikki burchak yig'indisining sinusi formulasini — **sin(a + b) = sin a · cos b + cos a · sin b** — o'qituvchi aytib bermasdan, GeoGebra yordamida o'quvchilarning o'zlari geometrik konstruksiya orqali hosil qilishlari ularning mantiqiy tafakkurini sezilarli darajada rivojlantiradi.

Multimedia vositalari ham trigonometrik ayniyatlarni o'qitishda muhim pedagogik qurol bo'lib xizmat qiladi. Animatsiyali prezentatsiyalar, video darsliklar va interaktiv simulyatsiyalar o'quvchilarga mavzuni turli rakurslardan ko'rish imkonini beradi. Masalan, qo'shish va ayirish formulalarini animatsiya orqali tasvirlash — **cos(a + b) = cos a · cos b − sin a · sin b** kabi formulaning geometrik isbotini bosqichma-bosqich ko'rsatish — o'quvchilarda formulaning qayerdan kelib chiqqanini aniq tushunishga yordam beradi. Bundan tashqari, multimedia vositalari orqali turli o'lkalar va mamlakatlardagi taniqli matematiklar tomonidan trigonometriya tarixini, uning amaliy qo'llanilishini (astronomiya, fizika, muhandislik, musiqa nazariyasi) ko'rsatish o'quvchilarda mavzuga bo'lgan qiziqishni oshiradi.

Interfaol o'qitish metodlari — muammoli ta'lim, loyiha metodi, guruhli topshiriqlar, «aqliy hujum» usullari — trigonometrik ayniyatlar mavzusida alohida samara beradi. Muammoli ta'limda o'qituvchi o'quvchi oldiga savollar qo'yadi: «Agar biz faqat asosiy ayniyatni — **$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$** — bilsak, boshqa barcha ayniyatlarni undan keltirib chiqara olamizmi?» Bunday savol o'quvchini ijodiy fikrlashga undaydi. O'quvchi o'ylab topadi: asosiy ayniyatni **$\cos^2 x$** ga bo'lib **$\tan^2 x + 1 = 1/\cos^2 x$** ni, yoki **$\sin^2 x$** ga bo'lib **$1 + \cot^2 x = 1/\sin^2 x$** ni olish mumkin. Bu jarayon o'quvchida formulalarning birbiriga bog'liqligini ko'rish qobiliyatini, matematik «ko'z» ni rivojlantiradi.

Raqamli ta'lim platformalari — Khan Academy, Coursera, Brilliant.org, hamda O'zbekistonda faol rivojlanayotgan edu.uz, Ziyonet kabi resurslar — trigonometrik ayniyatlarni o'rganishda yangi imkoniyatlar ochmoqda. Bu platformalar o'quvchiga o'z sur'ati va vaqtida o'rganish (self-paced learning), darhol fikr-mulohaza (instant feedback) olish, va darajama-daraja murakkablashib

boruvchi mashqlar bilan mustaqil ishlash imkonini beradi. Masalan, Khan Academydagi trigonometriya bo'limida o'quvchi **sin 75° = sin(45° + 30°)** ni qo'shish formulasi orqali hisoblashni bosqichma-bosqich o'rganib, har bir qadamda o'z xatosini darhol ko'rishi mumkin. Bunday adaptiv o'qitish muhiti an'anaviy dars formatiga qaraganda ko'p hollarda samarali natija beradi.

Flipped classroom ("teskari sinf" metodikasi) ham trigonometrik ayniyatlarni o'qitishda samarali qo'llanilishi mumkin. Bu metodikaga ko'ra, o'quvchilar yangi mavzu bilan uyda video dars orqali tanishadilar, sinfda esa amaliy masalalar yechish, muhokama va guruhli ishlar bilan shug'ullanadilar. Masalan, o'quvchi uyda ikki marta burchak formulalarini — **sin 2a = 2 sin a · cos a**, **cos 2a = cos²a − sin²a** — video orqali o'rganib keladi, sinfda esa bu formulalarni ishlatib turli tenglamalar va trigonometrik ifodalarni soddalashtirishga vaqt sarflaydilar. Bu yondashuv sinfda o'qituvchi bilan bevosita muloqot vaqtini unumli sarflashga imkon beradi va o'quvchilardagi mustaqillik ko'nikmasini rivojlantiradi.

Trigonometrik ayniyatlarni o'qitishda gamifikatsiya (o'yin elementlarini ta'limga qo'llash) usuli ham ijobiy natijalar bermoqda. Desmos Activity Builder, Kahoot, Quizlet kabi platformalarda trigonometrik ayniyatlar bo'yicha interaktiv o'yinlar, musobaqalar va viktorinalar tashkil qilish mumkin. Bunday yondashuv, ayniqsa, o'rta maktab o'quvchilari uchun mavzuga qiziqishni oshiradi, raqobatbardoshlik hissini uyg'otadi va bilimlarni tekshirishni qiziqarli jarayonga aylantiradi. O'quvchilar **cos(-x) = cos x** yoki **sin(π - x) = sin x** kabi qisqartirish formulalarini o'yin shaklida mustahkamlaganlarida ularning motivatsiyasi sezilarli ortishini amaliyotda kuzatish mumkin.

Trigonometrik ayniyatlarni o'qitishdagi yana bir muhim pedagogik masala — differentsial yondashuv masalasidir. Har bir sinf yoki guruhda o'quvchilarning matematik tayyorgarligi, idrok etish sur'ati va qiziqish darajasi turlicha bo'ladi. Zamonaviy pedagogik texnologiyalar, xususan raqamli platformalar, ushbu farqlarni hisobga olgan holda har bir o'quvchiga individual ta'lim yo'lagini taklif qilish imkonini beradi. Qiyin ko'rinadigan mavzuni — masalan, yarim burchak

formulalarini: **sin(a/2) = ±√((1 - cos a)/2)** va **cos(a/2) = ±√((1 + cos a)/2)** — zaif o'quvchi uchun soddalashtirilgan, kuchli o'quvchi uchun esa chuqurlashtirilib taqdim etish mumkin.

O'quvchilarning mantiqiy tafakkurini rivojlantirish masalasida trigonometrik ayniyatlar alohida o'rin tutadi. Trigonometrik ayniyatlarni isbotlash — masalan, chap tomonni o'zgartirib o'ng tomonga olib borish yoki ikki tomonni alohida soddalashtirish yo'li bilan tengligini ko'rsatish — o'quvchidan izchil mantiqiy fikrlash, qaysi o'zgartirishni qachon qo'llash to'g'ri kelib chiqishini sezish qobiliyatini talab qiladi. Misol uchun, **(1 - cos 2x) / sin 2x = tan x** ayniyatini isbotlashda o'quvchi ikki marta burchak formulalarini, kasr qisqartirish usullarini va trigonometrik funksiyalar orasidagi munosabatlarni bir vaqtning o'zida qo'llashi kerak. Bunday kompleks isbotlar o'quvchida matematik dalillar tizimini qurishga xos tafakkur uslubini shakllantirib, uni keyingi matematik fanlarni — jumladan analiz va algebra — o'rganishga tayyorlaydi.

O'qituvchi rolining o'zgarishi ham zamonaviy pedagogik texnologiyalar kontekstida muhim masala hisoblanadi. AKT va raqamli vositalarning keng qo'llanilishi o'qituvchini ma'lumot uzatuvchi rolidan chiqarib, uni yo'naltiruvchi, maslahatchi va ilhomlantiuvchi sifatida ko'radi. Trigonometrik ayniyatlar mavzusida o'qituvchi GeoGebra yordamida dars o'tkazayotganda u o'quvchilarga faqat formulani aytib bermasdan, ularni o'zlari kashf qilishga olib boradi. Buning uchun o'qituvchidan nafaqat matematik bilim, balki zamonaviy dasturiy vositalar bilan ishlash ko'nikmasi, didaktik ijodkorlik va pedagogik moslashuvchanlik ham talab etiladi. Demak, pedagogik texnologiyalarning muvaffaqiyatli joriy etilishi ko'p jihatdan o'qituvchining kasbiy malakasi va innovatsiyalarga tayyorlik darajasiga bog'liq.

O'zbekiston Respublikasida ta'limni modernizatsiya qilish bo'yicha amalga oshirilayotgan islohotlar doirasida ham zamonaviy pedagogik texnologiyalarni matematika o'qitishiga, jumladan trigonometrik ayniyatlar mavzusiga joriy etish dolzarb vazifaga aylangan. "Ta'lim to'g'risida"gi qonun va tegishli me'yoriy

hujjatlarda AKT vositalaridan ta'limda samarali foydalanish davlat siyosati sifatida belgilab qo'yilgan. Bu jarayon maktablarda smart-doskalar, kompyuter sinflari va tezkor internet bilan ta'minlash orqali amaliy qo'llab-quvvatlanmoqda. Biroq texnik ta'minot bilan bir qatorda o'qituvchilarni zamonaviy metodlar bo'yicha qayta tayyorlash, raqamli ta'lim resurslarini milliy tilda yaratish va o'quv dasturlarini zamonaviy standartlarga moslashtirish ham shunchaki muhim emas, balki zarur shartdir.

Xulosa qilib aytganda, trigonometrik ayniyatlarni o'qitishda zamonaviy pedagogik texnologiyalardan foydalanish — bu nafaqat samarali ta'lim vositasi, balki o'quvchilarning matematik tafakkurini, mustaqil fikrlash va izlanish ko'nikmalarini rivojlantirishning samarali yo'lidir. GeoGebra va multimedia vositalari mavzuni ko'rgazmali va dinamik tarzda o'rganish imkonini berib, formulalarni mexanik yodlash o'rniga ularning mohiyatini tushunishga yo'l ochadi. Raqamli ta'lim platformalari va interfaol metodlar har bir o'quvchiga individual yondashuv imkonini beradi va ta'lim jarayonini ular uchun yanada mazmunli va qiziqarli qiladi. Pedagogik texnologiyalar $\mathbf{\sin^2 x + \cos^2 x = 1}$ dan tortib ikki burchak formulalariga qadar barcha trigonometrik ayniyatlarni o'quvchi uchun bir-biri bilan bog'liq, mantiqan izchil va amaliy ahamiyatli bilimlar tizimiga aylantiradi. Shu bois, bugungi ta'lim tizimida zamonaviy pedagogik texnologiyalarni trigonometriya darslariga maqsadli va metodologik jihatdan to'g'ri joriy qilish — o'qituvchining asosiy kasbiy vazifalaridan biri bo'lmog'i lozim.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Bespalko V.P. Slagaemые pedagogicheskoy texnologii. — M.: Pedagogika, 1989.

2. Selevko G.K. Sovremennые obrazovatel'nые texnologii. — M.: Narodnoe obrazovanie, 1998.

3. Azizxo'jayeva N.N. Pedagogik texnologiya va pedagogik mahorat. — T.: TDPU, 2003.

4. Hohenwarter M. GeoGebra — ein Software system für dynamische Mathematik. — Salzburg, 2002.

5. Algebr va matematik analiz asoslari. O'rta maktablar uchun darslik. — T.: O'qituvchi, 2019.

6. O'zbekiston Respublikasining «Ta'lim to'g'risida»gi qonuni. — T., 2020.