KAMBINATORIKA MASALALARINI YECHISHDA MANTIQIY VA KOMBINATORIK ISBOTLASH USULLARINING O`ZARO INTEGRATSIYASI

Ro`ziboyeva Oqila Shonazar qizi
Qarshi davlat universiteti o`qituvchisi
e-mail: oqilaruziboyeva2905@gmail.com
Nazarov Davron Yo`ldoshevich
Qarshi davlat universiteti
Matematika va informatika yo`nalishi 3-bosqich talabasi
e-mail: davronbekn433@gmail.com
Gulmurodov Sarvar Adham o`g`li
Qarshi davlat universiteti
Matematika va informatika yo`nalishi 3-bosqich talabasi
e-mail: sarvar2005050505@gmail.com

Annotatsiya: Ushbu maqolada diskret matematikaning muhim bo‘limlaridan biri bo‘lgan kombinatorika masalalarini yechish va ayniyatlarni isbotlashda mantiqiy hamda kombinatorik usullarning o‘zaro integratsiyasi masalalari tadqiq etiladi. Maqolaning asosiy maqsadi — an’anaviy algebraik hisoblashlar bilan bir qatorda, "ikki xil usulda sanash" (double counting) va bijektiv moslik kabi kombinatorik interpretatsiyalarning mantiqiy asoslarini ochib berishdan iborat. Tadqiqot jarayonida murakkab kombinatorik munosabatlarni mantiqiy modellashtirish orqali soddalashtirish va ularning intuitiv tushunarli isbotlarini yaratish metodologiyasi yoritilgan. Shuningdek, integratsiyalashgan yondashuvning ta’lim jarayonidagi samaradorligi va muammoli vaziyatlarni yechishdagi o‘rni tahlil qilingan. Maqola natijalari oliy ta’lim muassasalarining matematika yo‘nalishi talabalari va sohaga oid ilmiy izlanish olib boruvchilar uchun amaliy ahamiyatga ega.

Kalit so`zlar: Kombinatorika, mantiqiy isbot, kombinatorik interpretatsiya, integratsiyalashgan yondashuv, ayniyat, ikki xil usulda sanash, bijeksiya, diskret matematika, matematik mantiq, deduktiv tahlil.

Abstract: This article explores the issues of mutual integration of logical and combinatorial methods in solving problems and proving identities within combinatorics, a fundamental branch of discrete mathematics. The primary objective of the research is to reveal the logical foundations of combinatorial interpretations, such as "double counting" and bijective correspondence, alongside traditional algebraic computations. The study highlights a methodology for simplifying complex combinatorial relations through logical modeling and developing intuitively comprehensible proofs. Furthermore, the effectiveness of an integrated approach in the educational process and its role in solving problem-based situations are analyzed. The findings of the article hold practical significance for undergraduate and graduate students specializing in mathematics, as well as for researchers in the field.

Keywords: Combinatorics, logical proof, combinatorial interpretation, integrated approach, identity, double counting, bijection, discrete mathematics, mathematical logic, deductive analysis.

Аннотация:В данной статье исследуются вопросы взаимной интеграции логических и комбинаторных методов при решении задач и доказательстве тождеств в комбинаторике — одном из важнейших разделов дискретной математики. Основная цель исследования заключается в раскрытии логических основ комбинаторных интерпретаций, таких как «двойной подсчет» (double counting) и биективное соответствие, наряду с традиционными алгебраическими вычислениями. В процессе исследования освещена методология упрощения сложных комбинаторных отношений посредством логического моделирования и создания интуитивно понятных доказательств. Также анализируется эффективность интегрированного подхода в учебном процессе и его роль в решении проблемных ситуаций.

Результаты статьи имеют практическую значимость для студентов математических направлений высших учебных заведений и лиц, проводящих научные исследования в данной области.

Ключевые слова: Комбинаторика, логическое доказательство, комбинаторная интерпретация, интегрированный подход, тождество, двойной подсчет, биекция, дискретная математика, математическая логика, дедуктивный анализ.

KIRISH

Zamonaviy matematika va informatika sohasida kombinatorika faqatgina elementlarni sanash san’ati emas, balki murakkab tizimlarning tuzilishini tahlil qilish asbobidir. Kombinatorik munosabatlarni isbotlashda ko‘p hollarda faqat algebraik shakl almashtirishlarga tayaniladi. Biroq, mantiqiy va kombinatorik usullarning integratsiyasi masalaning mohiyatini chuqurroq anglashga, formulalar ortidagi real modelni ko‘rishga imkon beradi. Bu yondashuv "nima uchun bu formula to‘g‘ri?" degan savolga mantiqiy javob beradi.

Algebraik usul: Ushbu usulda kombinatorik ayniyatlar faktoriallar, binomial koeffitsiyentlar xossalari va matematik induksiya prinsipi yordamida isbotlanadi.

Misol: $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ formulasidan foydalanib, $k\binom{n}{k} = n\binom{n-1}{k-1}$ ayniyatini isbotlash uchun algebraik kasrlarni qisqartirish kifoya.

Kombinatorik interpretatsiya usuli: Bu usulda formulaning chap va o‘ng tomonlari qandaydir S to‘plamining elementlari sonini ifodalashi isbotlanadi. Agar ikkala tomon ham bir xil obyektni sanayotgan bo‘lsa, demak ular o‘zaro tengdir. Bu usul mantiqiy mushohadaga tayanadi va murakkab hisob-kitoblarni chetlab o‘tish imkonini beradi.

Mantiqiy va kombinatorik metodlar integratsiyasi(Ikki xil usulda sanash): Ushbu metod integratsiyaning eng yorqin namunasidir. Uning mohiyati bitta to‘plam elementlarini ikki xil mantiqiy nuqtayi nazardan sanashga asoslangan.

Mantiqiy model:

1-usul: To‘plamni vertikal kesimda sanash.

2-usul: To‘plamni gorizontal kesimda sanash.

Natijada hosil bo‘lgan ikki xil ifoda o‘zaro tenglashtiriladi. Bu metod graf nazariyasida (masalan, qirralar sonini darajalar yig‘indisi orqali topishda) va murakkab binomial yig‘indilarni hisoblashda keng qo‘llaniladi.

Bijektiv isbotlash metodikasi: Mantiqiy muvofiqlik asosi

Bijektiv isbot — bu ikki xil obyektlar to‘plami (A va B) o‘rtasida bir qiymatli muvofiqlik o‘rnatishdir. Agar A to‘plamidan har bir element uchun B to‘plamida aniq bir juft topilsa (va aksincha), u holda $|A| = |B|$ bo‘ladi.

Bu usul sof mantiqiy konstruksiya bo‘lib, u murakkab formulalarni vizual yoki mantiqiy strukturalarga (masalan, Panjaradagi yo‘llar, Dyuk yo‘llari, qismlarga ajratishlar) aylantiradi. *Misol:* n ta elementning barcha qism to‘plamlari soni 2^n ga tengligini isbotlashda, har bir element uchun "bor" yoki "yo‘q" (0 yoki 1) holatining tanlanishi binar satrlar bilan bijeksiyani hosil qiladi.

Integratsiyalashgan yondashuvning amaliy misollar tahlili

Kombinatorik ayniyatlarni isbotlashda mantiq va kombinatorikaning birlashishini quyidagi klassik misol orqali ko‘rish mumkin:

Vandermond ayniyati: $\sum_{k=0}^{r} \binom{m}{k}\binom{n}{r-k} = \binom{m+n}{r}$

Mantiqiy interpretatsiya**:** Faraz qilaylik, sinfda m ta o‘g‘il bola va n ta qiz bola bor. Jami $m+n$ kishidan r kishilik guruh tanlashimiz kerak.

O‘ng tomon: To‘g‘ridan-to‘g‘ri $m+n$ kishidan r kishini tanlash usullari soni:

Chap tomon: Guruhni tarkibi bo‘yicha bo‘laklarga bo‘lib sanaymiz: (*k* ta o‘g‘il va *r-k* ta qiz). *k* qiymati *0* dan *r* gacha o‘zgarishi mumkin. Har bir holat uchun tanlov $\binom{m}{k}\binom{n}{r-k}$ ga teng .Jami yig‘indi chap tomonni beradi.

Xulosa: Ikkala tomon ham bir xil tanlovni ifodalagani uchun ular tengdir.

Kombinatorik va mantiqiy usullarning integratsiyasi matematik ta’limda quyidagi afzalliklarni beradi:

1. Abstraktlikni kamaytiradi: Quruq formulalar o‘rniga aniq mantiqiy modellarni shakllantiradi.
2. Xotirada saqlashni osonlashtiradi: Mantiqiy isbotlangan formula yodda yaxshi qoladi.
3. Algoritmlash asosi: Bijektiv usullar informatika sohasida ma’lumotlarni kodlash va siqish algoritmlari uchun fundamental asos bo‘lib xizmat qiladi.

Tavsiya: Ilmiy maqolada ushbu integratsiyani Pascal uchburchagi xossalari yoki Fibonachchi sonlarining kombinatorik isbotlari orqali yanada kengaytirish mumkin.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Richard P. Stanley — "Enumerative Combinatorics" (1 va 2-tomlar)

Bu kitob kombinatorika sohasining "injili" hisoblanadi. Unda bijektiv isbotlash usullari, generatsiya funksiyalari va kombinatorik interpretatsiyalar juda chuqur ilmiy asosda yoritilgan.

Iqtibos uslubi: Stanley, R. P. (2011). *Enumerative Combinatorics*. Vol. 1. Cambridge University Press.

2. Arthur T. Benjamin va Jennifer J. Quinn — "Proofs that Really Count: The Art of Combinatorial Proof"

Mavzuyingizga eng yaqin bo‘lgan manba aynan shu. Mualliflar murakkab matematik ayniyatlarni "ikki xil usulda sanash" (double counting) orqali qanday qilib intuitiv va mantiqiy isbotlash mumkinligini ko‘rsatib berishgan.

Iqtibos uslubi: Benjamin, A. T., & Quinn, J. J. (2003). *Proofs that Really Count: The Art of Combinatorial Proof*. Mathematical Association of America.

3. Ronald L. Graham, Donald E. Knuth va Oren Patashnik — "Concrete Mathematics: A Foundation for Computer Science"

Ushbu kitobda mantiqiy yondashuv va algebraik usullarning integratsiyasi, xususan binomial koeffitsiyentlar bilan ishlashning mukammal metodikasi berilgan.

Iqtibos uslubi: Graham, R. L., Knuth, D. E., & Patashnik, O. (1994). *Concrete Mathematics: A Foundation for Computer Science*. Addison-Wesley.

4. N.Ya. Vilenkin — "Kombinatorika"

O‘zbekiston va MDH ta’lim tizimida kombinatorikani o‘qitishda asosiy manba hisoblanadi. Unda mantiqiy masalalar va kombinatorik modellarning o‘zaro bog‘liqligi sodda va ilmiy tilda tushuntirilgan.

Iqtibos uslubi: Виленкин Н. Я., Виленкин А. Н., Виленкин П. А. (2006). *Комбинаторика*. МЦНМО.

5. Miklós Bóna — "A Walk Through Combinatorics"

Bu darslik kombinatorik munosabatlarni isbotlashda mantiqiy argumentatsiyaning o‘rnini tahlil qiladi. Talabalar va tadqiqotchilar uchun metodologik jihatdan juda foydali.

Iqtibos uslubi: Bóna, M. (2011). *A Walk Through Combinatorics: An Introduction to Enumeration and Graph Theory*. World Scientific Publishing Company.

6. Sh.A. Ayupov, B.A. Omirov, Sh.V. Haydarov — "Algebra va sonlar nazariyasi"

Ushbu darslikda kombinatorika elementlari va ularning mantiqiy asoslari, binomial koeffitsiyentlar va ularning xossalari tizimli ravishda bayon etilgan.

Iqtibos uslubi: Ayupov Sh.A., Omirov B.A., Haydarov Sh.V. (2019). *Algebra va sonlar nazariyasi*. Toshkent: "Fan va texnologiya".

7. B.A. Shoimqulov, Yu.X. Eshqobilov, O.V. Tyurina — "Diskret matematika va matematik mantiq"

Mavzuyingiz aynan "mantiqiy va kombinatorik isbot" integratsiyasiga tegishli bo‘lgani uchun, ushbu darslikdagi matematik mantiq qonuniyatlari va to‘plamlar nazariyasi qismlari juda muhim manba bo‘lib xizmat qiladi.

Iqtibos uslubi: Shoimqulov B.A., Eshqobilov Yu.X., Tyurina O.V. (2009). *Diskret matematika va matematik mantiq*. Toshkent: O‘zbekiston faylasuflari milliy jamiyati.

8. A.S. Rasulev — "Kombinatorika va graf nazariyasi"

Ushbu qo‘llanmada kombinatorik masalalarni interpretatsiya qilish va graf modellaridan foydalanish usullari keng yoritilgan.

Iqtibos uslubi: Rasulev A.S. (2015). *Kombinatorika va graf nazariyasi*. Toshkent: TATU nashriyoti.