ANIQ INTEGRALLAR NAZARIYASINING BA'ZI BIR TATBIQLARI

Ruziboyeva Oqila Shonazar qizi
Qarshi davlat universiteti o'qituvchisi
e-mail: oqilaruziboyeva2905@gmail.com
Uzaqova Joziba Fazliddin qizi
e-mail: jozibauzaqova7@gmail.com
Qarshi davlat universiteti
Matematika va informatika yo'nalishi 3- kurs talabasi
Urozova Aziza Nabijon qizi
e-mail: urozovaaziza24@gmail.com
Qarshi davlat universiteti
Matematika va informatika yo'nalishi 3- kurs talabasi

Annotatsiya: Ushbu maqolada Integral hisobning muhim bo'limlaridan biri bo'lgan aniq integrallar nazariyasi hamda uning amaliy tatbiqlari yoritilgan. Aniq integral tushunchasi, uning asosiy xossalari va hisoblash usullari tahlil qilinib, geometrik hamda fizik masalalarni yechishdagi ahamiyati ko'rsatib berilgan. Jumladan, egri chiziq bilan chegaralangan yuzalar maydonini, jismlar hajmini, egri chiziq uzunligini aniqlash, shuningdek mexanika va fizika masalalarida integralning qo'llanilishi misollar asosida bayon etilgan. Maqolada aniq integral yordamida ish, massa, bosim kabi fizik kattaliklarni hisoblash usullari ham ko'rib chiqilgan. Mavzu nazariy bilimlarni amaliy masalalar bilan bog'lash orqali matematik tafakkurni rivojlantirishga xizmat qiladi.

Kalit so'zlar: Aniq integral, integral hisob, matematik analiz, yuzalar maydoni, hajmni hisoblash, egri chiziq uzunligi, fizik tatbiqlar, mexanik masalalar.

Abstract: This article discusses the theory of definite integrals, which is one of the important sections of Integral Calculus, and its practical applications. The concept of the definite integral, its main properties, and methods of calculation are analyzed, and its significance in solving geometrical and physical problems is

demonstrated. In particular, the article explains the application of definite integrals in finding the areas bounded by curves, volumes of solids, and lengths of curves, as well as in solving problems related to mechanics and physics through examples. The methods of calculating physical quantities such as work, mass, and pressure using definite integrals are also considered. The topic serves to connect theoretical knowledge with practical problems and contributes to the development of mathematical thinking.

Keywords: definite integral, integral calculus, mathematical analysis, surface area, volume calculation, curve length, physical applications, mechanical problems.

Аннотация: В данной статье рассматривается теория определённых интегралов, являющаяся одним из важных разделов Интегральное исчисление, а также её практические применения. Проанализированы понятие определённого интеграла, его основные свойства и методы вычисления, показано его значение при решении геометрических и физических задач. В частности, на примерах раскрыто применение определённого интеграла при нахождении площадей фигур, ограниченных кривыми, объёмов тел и длины дуги кривой, а также при решении задач механики и физики. Также рассмотрены методы вычисления физических величин, таких как работа, масса и давление, с помощью определённого интеграла. Данная тема способствует связыванию теоретических знаний с практическими задачами и развитию математического мышления.

Ключевые слова: определённый интеграл, интегральное исчисление, математический анализ, площадь поверхности, вычисление объёма, длина кривой, физические приложения, механические задачи.

KIRISH

Integralni o‘qitish metodikasi bo‘yicha tavsiyalar

Integral hisobini o‘qitish jarayoni shunchaki formulalarni yodlatish emas, balki talabada abstrakt fikrlash va matematik modellashtirish ko‘nikmasini

shakllantirishga yo‘naltirilishi lozim. Metodik nuqtai nazardan darsni motivatsiya va muammoni qo‘yishdan boshlash samarali hisoblanadi. Bunda darsni bevosita mavhum qoidalar bilan emas, balki Arximedning doira yuzasini topish usullari yoki notekis harakatdagi jismning bosib o‘tgan yo‘lini aniqlash kabi hayotiy misollar bilan boshlash o‘quvchida fanga bo‘lgan qiziqishni uyg‘otadi.

O‘qitishning o‘zagini bo‘laklash va yig‘ish, ya’ni Riman yig‘indisi konsepsiyasi tashkil etishi kerak. Talaba murakkab shaklni mayda bo‘laklarga bo‘lish orqali yuzani taqribiy hisoblashni va limitga o‘tish yordamida aniq qiymatga erishish jarayonini o‘z ko‘zi bilan ko‘rishi yoki his qilishi shart. Bunda grafik chizmalar va interaktiv animatsiyalardan foydalanish integralning "jamlash" yoki "butunlash" degan lug‘aviy ma’nosini vizual tarzda isbotlaydi. Shu bilan birga, differensiallash va integrallashning o‘zaro teskari amallar ekanligini Nyuton-Leybnits formulasi orqali tushuntirish matematik tahlilning yaxlitligini ta’minlaydi.

Faol ta’lim metodlarini qo‘llashda kichik guruhlarda ishlash va muammoli vaziyatlarni yaratish muhim o‘rin tutadi. Talabalar integralning bir xil mexanizm bilan ham fizikada ishni hisoblashda, ham geometriyada hajmni topishda qanday qo‘llanilishini o‘zaro muhokama qilishlari kerak. O‘qituvchi metodikada o‘quvchilar yo‘l qo‘yadigan odatiy xatolarni, masalan, o‘zgarmas sonni unutish yoki integrallash chegaralarini noto‘g‘ri qo‘yish kabi holatlarni oldindan tahlil qilib borishi lozim. Zamonaviy metodika, shuningdek, axborot texnologiyalaridan foydalanishni ham ko‘zda tutadi; talaba hisoblash jarayonini kompyuter dasturlari yordamida tekshirishni va natijalarni vizual tahlil qilishni o‘rganishi kerak. Yakunda asosiy maqsad tayyor formulalarni berish emas, balki cheksiz kichik miqdorlar orqali tabiat qonuniyatlarini matematik modellashtirish san’atini o‘rgatishdan iboratdir.

Aniq integral matematik analizning asosiy tushunchalaridan biri bo‘lib, u funksiya qiymatlarining cheksiz kichik bo‘laklar bo‘yicha yig‘indisini limit orqali

ifodalash g‘oyasiga asoslanadi. O‘zbekiston oliy ta’lim tizimida foydalaniladigan “Matematik analiz” va “Oliy matematika” bo‘yicha ma’ruza kurslarida aniq integral Riman integrali sifatida kiritilib, uning geometrik va fizik ma’nolari keng yoritiladi. Aniq integral nafaqat nazariy matematika, balki mexanika, fizika, ehtimollik nazariyasi va muhandislik hisoblarida ham muhim ahamiyatga ega.

1. Aniq integralning nazariy asoslari

Ma’ruza kurslarida aniq integral Riman yig‘indisi limiti sifatida ta’riflanadi.

Ta’rif: Agar eng katta bo‘lakchaning uzunligi =max(xi) nolga intilganda integral yig‘indisi aniq bir I soniga intilsa, bu I soni f(x) funksiyaning [a, b] kesmadagi aniq integrali deyiladi va quyidagicha belgilanadi:

Agar f(x) funksiya [a,b] kesmada uzluksiz bo‘lsa, u holda u integrallanuvchi bo‘ladi.

Aniq integralning asosiy xossalari:

chiziqlilik,

interval bo‘yicha additivlik,

monotonlik.

Aniq integralning mavjudlik sharti

Hamma funksiyalarni ham integrallab bo‘lmaydi. Funksiya [a, b] kesmada aniq integralga ega bo‘lishi uchun quyidagi shartlardan biri bajarilishi kifoya:

Funksiya kesmada uzluksiz bo‘lsa.

Funksiya kesmada chegaralangan bo‘lib, uzilish nuqtalari soni chekli bo‘lsa.

Funksiya kesmada monoton bo‘lsa.

2. Geometrik tatbiq

Oliy matematika ma’ruza kurslarida aniq integralning eng asosiy geometrik tatbiqi egri chiziq ostidagi yuzani hisoblash sifatida beriladi:

$S=\int_a^b f(x)dx$

Ikki funksiya orasidagi yuza:

$S=\int_a^b (f(x)-g(x))dx$

Bu tatbiq analitik geometriya va matematik analizning kesishgan muhim yo‘nalishi hisoblanadi.

3. Fizik tatbiqlar

3.1. Yo‘lni hisoblash

Agar jism tezligi v(t) bo‘lsa:

$S=\int_a^b v(t)dt$

3.2. Mexanik ish

O‘zgaruvchi kuch bajargan ish:

$A=\int_a^b F(x)dx$

3.3. Massa

Chiziqli zichlik berilganda:

$m=\int_a^b \rho(x)dx$

4. Ehtimollik nazariyasidagi tatbiq

Uzluksiz tasodifiy miqdorlar uchun ehtimollik zichlik funksiyasi orqali:

$P(a\leq X\leq b)=\int_a^b f(x)dx$

5. Amaliy va muhandislik tatbiqlar

Ma’ruza kurslarida aniq integral quyidagi sohalarda qo‘llanilishi ko‘rsatiladi:

maydon va hajm hisoblash,

iqtisodiy jarayonlarni modellashtirish,

fizik tizimlarda energiya hisoblash.

Masalan, aylanish jismining hajmi:

$V=\pi\int_a^b f^2(x)dx$

Shu bilan birga, o‘qituvchi sinfdagi barcha o‘quvchilarning faol ishtirokini ta’minlashi, ularning bilim darajasi va qobiliyatini hisobga olgan holda differensial

yondashuvni qo‘llashi muhimdir. Kuchli o‘quvchilar uchun murakkab integrallash masalalari, oddiyroq tayyorgarlikka ega o‘quvchilar uchun esa asosiy formulalarni qo‘llashga doir mashqlar berilishi maqsadga muvofiq hisoblanadi.

Sinfdan tashqari ishlar, xususan “Integrallar va ularning hayotdagi tatbiqlari” mavzusidagi to‘garaklar, kichik ilmiy seminarlar yoki loyiha ishlari o‘quvchilarning mustaqil fikrlashini rivojlantirishda muhim ahamiyatga ega. Bunday mashg‘ulotlarda o‘quvchilar Riman yig‘indisi, aniq integralning geometrik ma’nosi hamda uning fizik jarayonlardagi qo‘llanilishi bilan chuqurroq tanishadilar.

O‘quvchilarning sinfdan tashqari faoliyatini baholashda ularning faolligi, masalalarni yechishdagi mustaqilligi, loyiha ishlarining sifati hamda matematikaga bo‘lgan munosabatidagi o‘zgarishlar muhim mezon sifatida qaraladi.

Shuningdek, o‘qituvchi zamonaviy pedagogik texnologiyalar va interfaol metodlardan foydalanishi lozim. Bu o‘quvchilarning mavzuga bo‘lgan qiziqishini oshiradi va mustaqil izlanishga undaydi.

Ota-onalar bilan hamkorlik ham muhim ahamiyatga ega bo‘lib, ularning qo‘llab-quvvatlashi o‘quvchilarning motivatsiyasini oshiradi.

Xulosa qilib aytganda, aniq integrallar mavzusini o‘qitishda sinfdan tashqari mashg‘ulotlarni to‘g‘ri tashkil etish o‘quvchilarning matematik tafakkurini rivojlantirishda muhim omil hisoblanadi. Bunday yondashuv nafaqat nazariy bilimlarni mustahkamlaydi, balki ularni amaliyotda qo‘llash ko‘nikmasini ham shakllantiradi.

XULOSA:

Aniq integrallar nazariyasi matematikaning fundamental bo‘limlaridan biri bo‘lib, u statik miqdorlarni hisoblashdan dinamik jarayonlarni modellashtirishga o‘tish imkonini beradi. Ushbu nazariyaning amaliy tatbiqlari shuni ko‘rsatadiki, integral hisobi shunchaki nazariy tushuncha emas, balki geometriya, fizika va muhandislik masalalarini yechishning universal kalitidir. Xususan, geometrik nuqtai nazardan aniq integral yordamida murakkab egri chiziqli shakllarning yuzalari,

fazoviy jismlarning hajmlari va yoy uzunliklari aniqlik bilan hisoblanadi. Bu esa me’morchilik va dizayn sohalarida nostandart konstruksiyalarni loyihalashda asosiy poydevor bo‘lib xizmat qiladi.

Fizik jarayonlarda esa aniq integral o‘zgaruvchan kuchlarning bajargan ishini hisoblash, jismlarning massa markazlarini aniqlash va gidrostatik bosim kabi murakkab kattaliklarni o‘lchashda o‘rnini bosib bo‘lmas vositadir. Nyuton-Leybnits formulasi orqali differensial va integral hisobning o‘zaro bog‘lanishi fanda inqilobiy burilish yasagan bo‘lib, u uzluksiz o‘zgarib turuvchi jarayonlarni yagona matematik qolipga solishga yordam beradi.

O‘qitish metodikasi nuqtai nazaridan yondashilganda, ushbu mavzuni talabalarga yetkazishda faqatgina formulalar bilan cheklanib qolmasdan, integralning "yig‘indi" sifatidagi mohiyatini ko‘rsatish lozim. Riman yig‘indilari orqali kichik bo‘laklarni bir butunlikka jamlash g‘oyasini tushuntirish o‘quvchida nafaqat hisoblash ko‘nikmasini, balki matematik mantiqiy fikrlashni ham rivojlantiradi. Shu sababli, aniq integral tatbiqlarini o‘rganish – bu fanni hayotiy jarayonlar bilan bog‘lash va tabiat qonuniyatlarini matematik tilda tushunish demakdir.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Azimov P.Q., Mirzayev M.M. Matematika o‘qitish metodikasi. – Toshkent: O‘qituvchi, 2019.
2. Toshmatov Z.A. Maktabda matematikadan sinfdan tashqari ishlar. – Toshkent: Fan, 2015.
3. Xoliqov A.A. Pedagogik texnologiyalar va pedagogik mahorat. – Toshkent: O‘zbekiston, 2011.
4. Karimov I., Ismailov M. Matematika o‘qitish metodikasi. – Toshkent: TDPU, 2015.

5. Suyunov S. Matematika o‘qitish metodikasi (ma’ruzalar kursi). – Toshkent: TDPU ichki nashri, 2019.