KVADRATIK STOXASTIK OPERATORLARNING IQTISODIYOTGA TATBIQI

Mirxodjayeva Najibaxon Shaxsuvarovna
Toshkent davlat iqtisodiyot universiteti.

Annotatsiya. Tadqiqotning maqsadi — bozordagi raqobat dinamikasini iste'molchilar xulq-atvoridan kelib chiqib kvadratik stoxastik operatorlar (KSO) yordamida modellashtirish va model uchun iqtisodiy ma'noga ega natijalarni analitik asoslashdan iborat. Tadqiqot usuli sifatida iste'molchilarning tasodifiy juft uchrashuvlari va brend almashtirish ehtimolliklariga asoslangan diskret vaqtli model, Volterra tipidagi KSOlarning kanonik ko'rinishi, Lyapunov funksiyalari usuli hamda o'rta qiymatlar tengsizligi qo'llanildi. Natijada bozor ulushlari dinamikasi Volterra tipidagi KSO ekanligi qat'iy isbotlandi; ichki muvozanat mavjudligi mezoni, ustun firmaning bozorni geometrik tezlikda egallashi va raqobatbardosh bo'lmagan firmaning bozordan chiqishi haqidagi teoremalar, shuningdek, uch firmali siklik raqobatda trayektoriyalarning simpleks chegarasiga yaqinlashishi analitik usulda isbotlandi. Sonli misollar olingan baholarni va bozor yetakchiligining uzayib boruvchi davrlar bilan almashishini ko'rgazmali tasdiqlaydi. Natijalar monopoliyaga o'tish, raqobatchilarning birga yashashi va bozor beqarorligi hodisalarini yagona matematik asosda tushuntiradi.

Kalit so'zlar: kvadratik stoxastik operator, Volterra operatori, simpleks, bozor ulushi, Lyapunov funksiyasi, raqobat dinamikasi, muvozanat.

Аннотация. Цель исследования — построить модель динамики рыночной конкуренции на основе квадратичных стохастических операторов (КСО), исходя из поведения потребителей, и аналитически обосновать её экономически значимые свойства. В качестве методов использованы модель с дискретным временем, основанная на случайных парных встречах потребителей и вероятностях смены бренда, канонический вид вольтерровских КСО, метод функций Ляпунова и неравенство о средних.

Строго доказано, что динамика рыночных долей задаётся вольтерровским КСО. Аналитически доказаны критерий существования внутреннего равновесия, теоремы о вытеснении конкурентов доминирующей фирмой с геометрической скоростью и об уходе с рынка неконкурентоспособной фирмы, а также сходимость траекторий к границе симплекса при циклической конкуренции трёх фирм. Численные примеры наглядно иллюстрируют полученные оценки и смену лидера рынка с удлиняющимися периодами. Результаты в единой математической схеме объясняют переход к монополии, сосуществование конкурентов и неустойчивость рынка.

Ключевые слова: квадратичный стохастический оператор, оператор Вольтерра, симплекс, рыночная доля, функция Ляпунова, динамика конкуренции.

Abstract. The aim of the study is to model market competition dynamics by quadratic stochastic operators (QSOs) derived from consumer behaviour and to give analytic proofs of its economically meaningful properties. The methods include a discrete-time model based on random pairwise consumer encounters and brand-switching probabilities, the canonical form of Volterra QSOs, the Lyapunov function method and the inequality of arithmetic and geometric means. We prove rigorously that the resulting market-share dynamics is a Volterra QSO. We give analytic proofs of a criterion for an interior equilibrium, theorems on market takeover by a dominant firm at a geometric rate and on the exit of a non-competitive firm, and the convergence of trajectories to the boundary of the simplex under cyclic three-firm competition. Numerical examples illustrate the bounds and the alternation of market leadership with lengthening periods. The results explain monopolisation, coexistence of competitors and market instability within a single mathematical framework.

Keywords: quadratic stochastic operator, Volterra operator, simplex, market share, Lyapunov function, competition dynamics.

1. Kirish

Kvadratik stoxastik operatorlar nazariyasi S.N.Bernshteyn ishidan [1] boshlangan bo‘lib, dastlab populyatsion genetikada irsiy belgilar chastotasining avloddan avlodga o‘zgarishini tavsiflagan. Keyinchalik bu nazariya Yu.I.Lyubich [2], R. N. Ganixodjayev va uning shogirdlari [3-6] tomonidan mustaqil matematik yo‘nalishga aylantirildi. Xususan, Volterra tipidagi KSOlar uchun turnirlar va Lyapunov funksiyalari usuli [3] trayektoriyalarning asimptotik xatti-harakatini o‘rganishning asosiy vositasi bo‘lib qoldi.

Iqtisodiyotda ham ko‘plab jarayonlar ulushlar dinamikasi ko‘rinishiga ega: firmalarning bozor ulushlari, texnologiyalarning tarqalishi, mehnat resurslarining tarmoqlar o‘rtasida taqsimlanishi. Bunday jarayonlarda o‘zgarishning sababi ko‘pincha ikki agentning o‘zaro ta’siri bo‘ladi: iste’molchi boshqa iste’molchi bilan muloqot qilib, uning mahsulotiga o‘tadi. Juft o‘zaro ta’sir esa holat vektoriga nisbatan kvadratik akslantirishni beradi. Shu sababli KSO iqtisodiy dinamikaning tabiiy modeli hisoblanadi.

Iqtisodiy adabiyotda mahsulot tarqalishi Bass modeli [8] va ijtimoiy dinamika modellari [9] orqali, raqobat esa evolyutsion o‘yinlar nazariyasining replikator tenglamalari [7] orqali o‘rganilgan. Biroq bu modellar asosan uzluksiz vaqtda qaraladi. Ma’lumotlar esa diskret davrlarda (oy, chorak, yil) yig‘iladi. KSO diskret vaqtli model bo‘lib, uning holat fazosi — simpleks — ulushlarning manfiy emasligi va yig‘indisi birga tengligini avtomatik saqlaydi.

Shu bilan birga, KSO nazariyasining boy natijalari [3-6, 10] asosan populyatsion genetika va biologik populyatsiyalar dinamikasi kontekstida talqin qilingan. Bu operatorlarni iqtisodiy agentlar xulq-atvoridan bevosita keltirib chiqarish va olingan teoremalarni bozor tuzilmasi tilida izohlash masalasi yetarlicha o‘rganilmagan. Xususan, uzluksiz vaqtli replikator modellarida yopiq orbitalar hosil qiladigan siklik raqobat diskret vaqtda qanday xatti-harakat ko‘rsatishi va ustun firmaning bozorni egallash tezligi uchun aniq baho olish masalalari iqtisodiy kontekstda alohida tahlil talab qiladi.

Tadqiqotning maqsadi — bozor ulushlari dinamikasini iste'molchilar xulq-atvoridan kelib chiqib KSO ko'rinishida keltirib chiqarish va bu model uchun iqtisodiy ma'noga ega asosiy natijalarni analitik isbotlash. Maqsadga erishish uchun quyidagi vazifalar qo'yildi: (i) juft o'zaro ta'sir farazlaridan Volterra KSO ni keltirib chiqarish; (ii) ichki muvozanat mavjudligi shartini aniqlash; (iii) ustun va raqobatbardosh bo'lmagan firmalar uchun asimptotik natijalarni isbotlash; (iv) siklik raqobatda trayektoriyalar xatti-harakatini Lyapunov funksiyasi yordamida tavsiflash.

Ishning ilmiy yangiligi quyidagilardan iborat: sof raqobat ustunligi koeffitsiyentlari brend almashtirish ehtimolliklari orqali aniqlanib, ular Volterra KSO ning qiya-simmetrik matritsasini tashkil etishi isbotlandi; monopoliyaga o'tish uchun geometrik tezlikdagi aniq baho olindi; siklik raqobatda diskret vaqtli dinamika, uzluksiz modeldan farqli ravishda, simpleks chegarasiga yaqinlashishi ko'rsatildi.

Maqolaning tuzilishi quyidagicha: 2-bo'limda asosiy tushunchalar, model farazlari va tadqiqot usullari, 3-bo'limda asosiy natijalar, ularning isbotlari va sonli illyustratsiya, 4-bo'limda natijalarning iqtisodiy talqini va adabiyotdagi modellar bilan qiyosi, 5-bo'limda esa xulosalar keltiriladi.

2. Tadqiqot materiallari va usullari

2.1. Asosiy tushunchalar

Quyidagi to'plam $(m-1)$ o'lchovli simpleks deyiladi:

Uning ichki qismi $\mathrm{int}S^{m-1}$ barcha $x_k > 0$ bo'lgan nuqtalardan, chegarasi ∂S^{m-1} esa kamida bitta $x_k = 0$ bo'lgan nuqtalardan iborat. Simpleksning uchlari $e_1, \ldots, e_m$ bilan belgilanadi.

Ta'rif 1. $V: S^{m-1} \to S^{m-1}$ akslantirish kvadratik stoxastik operator deyiladi, agar

bo'lib, koeffitsiyentlar quyidagi shartlarni qanoatlantirsa:

Bu shartlar $V(S^{m-1}) \subset S^{m-1}$ bo‘lishini ta’minlaydi. Iqtisodiy nuqtai nazardan $p_{ij,k}$ — i va j turdagi agentlar uchrashuvidan keyin k holatning paydo bo‘lish ehtimolligi.

Ta’rif 2 [3]. Agar $k \notin \{i,j\}$ bo‘lganda $p_{ij,k} = 0$ bo‘lsa, V Volterra operatori deyiladi. Har qanday Volterra KSO quyidagi kanonik ko‘rinishga keltiriladi:

Bu yerda $A = (a_{ki})$ qiya-simmetrik matritsa. Qiya-simmetriklikdan har qanday x uchun $\langle x, Ax\rangle = 0$ kelib chiqadi; bu ulushlar yig‘indisining saqlanishini anglatadi.

$x^{(0)} \in S^{m-1}$ nuqtaning trayektoriyasi $x^{(n+1)} = Vx^{(n)}$ ketma-ketlikdir. $Vx^* = x^*$ bo‘lgan nuqta qo‘zg‘almas nuqta (iqtisodiy muvozanat) deyiladi. Volterra operatorida har bir yoq invariant: $x_k = 0$ bo‘lsa, $(Vx)_k = 0$. Demak, bozordan chiqqan firma o‘z-o‘zidan qaytib kirmaydi.

2.2. Bozor ulushlari dinamikasining modeli va farazlari

Bozorda m ta firma (brend) bir xil turdagi mahsulot sotadi. Iste’molchilar soni katta va o‘zgarmas deb olinadi. $x_k^{(n)}$ — n-davrda k-firma mahsulotidan foydalanuvchilar ulushi. U holda $x^{(n)} \in S^{m-1}$.

Model quyidagi farazlarga asoslanadi.

Har bir davrda har bir iste’molchi tasodifiy tanlangan bitta boshqa iste’molchi bilan muloqot qiladi. Suhbatdoshning i-firma mijozi bo‘lish ehtimolligi x_i ga teng.

k-firma mijozi i-firma mijozi bilan uchrashsa, $q_{ki} \in [0,1]$ ehtimollik bilan i-firmaga o‘tadi, aks holda o‘z firmasida qoladi; $q_{kk} = 0$.

Bitta davr ichida iste’molchi ko‘pi bilan bir marta firma almashtiradi.

q_{ki} koeffitsiyent i -firmaning k -firma mijozlari uchun jozibadorligini ifodalaydi: narx, sifat, reklama va «og‘zaki targ‘ibot» samarasi. Quyidagi miqdor k-firmaning i-firmaga nisbatan **sof raqobat ustunligi** deyiladi:

Agar $a_{ki} > 0$ bo‘lsa, k va i mijozlari uchrashganda o‘rtacha hisobda k-firma yutadi.

2.3. Tadqiqot usullari

Tadqiqotda matematik modellashtirish va diskret dinamik sistemalarning sifat nazariyasi usullari qo‘llanildi. Model 1)-3) farazlardan katta sonlar qonuni asosida mijozlar oqimlari balansini tuzish orqali keltirib chiqarildi (3.1-band). Qo‘zg‘almas nuqtalar Volterra operatorining kanonik ko‘rinishidan foydalanib tavsiflandi. Ustun va raqobatbardosh bo‘lmagan firmalar haqidagi asimptotik natijalar ulushlarning monotonligi, matematik induksiya va monoton chegaralangan ketma-ketliklarning yaqinlashishi haqidagi teorema yordamida isbotlandi. Siklik raqobat holida [3] ishidagi Lyapunov funksiyalari usuli qo‘llanildi: geometrik va arifmetik o‘rta qiymatlar orasidagi tengsizlik orqali Lyapunov funksiyasining o‘smasligi ko‘rsatildi, simpleksning kompaktligi va operatorning uzluksizligidan esa uning limit qiymati aniqlandi.

Barcha natijalar analitik usulda isbotlangan. Sonli hisoblashlar faqat ko‘rgazmali maqsadda bajarildi: berilgan sof ustunlik koeffitsiyentlari va boshlang‘ich holat uchun operator iteratsiyalari ikkilangan aniqlikdagi suzuvchi vergulli arifmetikada bevosita hisoblandi; natijalar 1- va 2-jadvallarda keltirilgan (3.6-band).

3. Natijalar

3.1. Bozor ulushlari dinamikasining Volterra KSO ko‘rinishi

Teorema 1. 1)-3) farazlarda bozor ulushlari dinamikasi $x^{(n+1)} = Vx^{(n)}$ ko‘rinishda bo‘lib, V — kanonik ko‘rinishdagi Volterra KSO:

Isbot. k-firma mijozlari ulushining o‘zgarishi ikki oqimdan iborat. Chiqib ketish: k-mijoz i-mijoz bilan x_i ehtimollik bilan uchrashadi va q_{ki} ehtimollik bilan ketadi; chiqib ketgan ulush $x_k \sum_i q_{ki}\, x_i$ ga teng. Kirib kelish: i-mijoz k-mijoz bilan x_k ehtimollik bilan uchrashadi va q_{ik} ehtimollik bilan o‘tadi; kirib kelgan ulush $\sum_i x_i\, q_{ik} x_k$ ga teng. Katta sonlar qonuniga ko‘ra:

Endi V ning KSO ekanini ko‘rsatamiz. Koeffitsiyentlarni quyidagicha aniqlaymiz ($i \neq k$):

qolgan barcha $p_{ij,k} = 0$. $q_{ik}, q_{ki} \in [0,1]$ bo‘lgani uchun $|a_{ki}| \leq 1$, demak barcha $p_{ij,k} \geq 0$. Har bir (i,k) juftlik uchun $p_{ik,k} + p_{ik,i} = 1$, ya’ni stoxastiklik sharti bajariladi. Nihoyat,

chunki $\sum_i x_i = 1$ va $a_{kk} = 0$. $k \notin \{i,j\}$ da $p_{ij,k} = 0$ bo‘lgani uchun V Volterra operatoridir.■

Izoh 1. Dinamikani faqat sof ustunliklar a_{ki} aniqlaydi. Ikki firma o‘rtasida mijozlar ikki tomonga ham ko‘p almashsa-yu, oqimlar teng bo‘lsa $(q_{ki} = q_{ik})$, ularning ulushlariga bu juftlik ta’sir qilmaydi. Bu mijozlar aylanishi (churn) yuqori, ammo ulushlar barqaror bo‘lgan bozorlarni tushuntiradi.

3.2. Muvozanat holatlari

Simpleksning har bir uchi e_k qo‘zg‘almas nuqta, ya’ni monopoliya holati doimo muvozanatdir. Barcha firmalar birga yashaydigan muvozanatning mavjudligi quyidagi teorema bilan to‘liq tavsiflanadi.

Teorema 2. $x^* \in \text{int}S^{m-1}$ nuqta V ning qo‘zg‘almas nuqtasi bo‘lishi uchun $Ax^* = 0$ bo‘lishi zarur va yetarli.

Isbot. Agar $Vx^* = x^*$ bo‘lsa, har bir k uchun $x_k^* = x_k^*(1 + (Ax^*)_k)$. $x_k^* > 0$ bo‘lgani uchun $(Ax^*)_k = 0$. Aksincha, $Ax^* = 0$ bo‘lsa, kanonik formuladan $(Vx^*)_k = x_k^*$ bevosita kelib chiqadi.■

Natija 1. Firmalar soni m toq bo‘lsa, qiya-simmetrik A matritsa uchun $\det A = \det A^T = (-1)^m \det A$, ya’ni $\det A = 0$. Demak, $Ax = 0$ tenglama doimo nolmas yechimga ega. Bu yechim musbat koordinatali bo‘lsa, barcha firmalar birga yashaydigan muvozanat mavjud.

3.3. Raqobatbardosh bo‘lmagan firma bozordan chiqadi

Teorema 4. Faraz qilaylik, m-firma barcha firmalarga yutqazadi: $\beta = \min_{i<m}(-a_{mi}) > 0$. U holda $x_m^{(0)} < 1$ bo‘lsa, $x_m^{(n)} \to 0$.

Isbot. Xuddi shunday,

Demak, $x_m^{(n)}$ kamayadi va biror $L \geq 0$ ga yaqinlashadi; bunda $L \leq x_m^{(0)} < 1$. Agar $L > 0$ bo‘lsa, chap tomon nolga intiladi, o‘ng tomon esa $\beta L\left(1 - x_m^{(0)}\right) > 0$ dan kichik emas. Bu ziddiyat. Demak, $L = 0$.■

3.4. Siklik raqobat va bozor beqarorligi

Uchta firma bo‘lib, ular «tosh-qaychi-qog‘oz» tamoyili bo‘yicha raqobat qilsin: 1-firma 2-firmadan, 2-firma 3-firmadan, 3-firma esa 1-firmadan ustun. Bunday holat texnologiyalar yoki tariflar bozorida uchraydi. Bu holda $a_{12} = a_{23} = a_{31} = a \in (0,1]$ va

Teorema 2 ga ko‘ra yagona ichki muvozanat — simpleks markazi $c = (1/3, 1/3, 1/3)$.

Izoh 2. Chegaraviy qirralarda dinamika bir firmaning g‘alabasi bilan tugaydi: $x_3 = 0$ qirrada trayektoriya e_1 ga, $x_1 = 0$ qirrada e_2 ga, $x_2 = 0$ qirrada e_3 ga intiladi (Teorema 3 ning ikki firmali holi). Shu sababli ichki trayektoriya navbatma-navbat e_1, e_3, e_2 uchlar yaqinida uzoq vaqt qoladi: bozor yetakchiligi davriy almashadi va har bir «monopoliya davri» oldingisidan uzunroq bo‘ladi. $a = 1$ holda bu operator Zaxarevich operatoriga mos keladi va uning trayektoriyalari uchun o‘rta qiymatlar (Chezaro o‘rtalari) yaqinlashmaydi [5].

3.5. Sonli illyustratsiya

Quyidagi hisoblashlar faqat isbotlangan natijalarni ko‘rgazmali qilish uchun keltiriladi; isbotlarning o‘zi analitikdir.

1-misol (Teorema 3). $a_{12} = 0{,}3$, $a_{13} = 0{,}2$, $a_{23} = 0{,}1$; boshlang‘ich holat $x^{(0)} = (0{,}05;\ 0{,}60;\ 0{,}35)$. Bunda $\alpha = 0{,}2$. Boshida bozorning atigi 5 foiziga ega 1-firma 40 davrdan so‘ng bozorni deyarli to‘liq egallaydi (1-jadval).

1-jadval. Ustun firma holida bozor ulushlari

n	x_1	x_2	x_3	$1 - x_1$	Teorema 3 bahosi
0	0,0500	0,6000	0,3500	0,9500	0,9500
10	0,3899	0,4755	0,1346	0,6101	0,8592
20	0,9228	0,0537	0,0235	0,0772	0,7770
40	0,9997	0,0000	0,0003	0,0003	0,6355

Haqiqiy yaqinlashish bahodan ancha tez, chunki $x_1^{(n)}$ o‘sgan sari o‘sish koeffitsiyenti $\alpha x_1^{(n)}$ ham ortadi; Teorema 3 esa eng yomon holat bahosini beradi.

2-misol (Teorema 5). Siklik raqobat, $a = 0{,}5$, $x^{(0)} = (0{,}40;\ 0{,}35;\ 0{,}25)$ (2-jadval).

2-jadval. Siklik raqobat holida bozor ulushlari

n	x_1	x_2	x_3	$\varphi = x_1x_2x_3$	Yetakchi firma
0	0,4000	0,3500	0,2500	$3{,}5 \cdot 10^{-2}$	1
10	0,2696	0,2554	0,4750	$3{,}3 \cdot 10^{-2}$	3
50	0,6750	0,2973	0,0277	$5{,}6 \cdot 10^{-3}$	1
100	0,9494	0,0505	≈ 0	$1{,}4 \cdot 10^{-6}$	1
200	≈ 0	≈ 1	≈ 0	$2{,}0 \cdot 10^{-17}$	2
500	≈ 0	≈ 0	≈ 1	$2{,}9 \cdot 10^{-53}$	3

φmonoton kamayib nolga intiladi, yetakchilik esa $1 \to 3 \to 2 \to 1$ tartibida almashadi. Dastlabki 2000 davrda yetakchi 16 marta almashgan; ketma-ket almashishlar orasidagi interval 7-8 davrdan 600 davrgacha o‘sgan. Bu Izoh 2 da aytilgan uzayib boruvchi monopoliya davrlarining sonli ko‘rinishidir.

4. Muhokama

Olingan natijalar bozor tuzilmasining uch xil turini ajratadi.

Monopoliyaga o‘tish (Teorema 3). Agar bitta firma barcha raqobatchilariga nisbatan sof ustunlikka ega bo‘lsa, u boshlang‘ich ulushidan qat’i nazar bozorni egallaydi. Bu tarmoq effektiga ega bozorlar (to‘lov tizimlari, ijtimoiy tarmoqlar) uchun xarakterli. Raqobatni himoya qilish siyosati nuqtai nazaridan, Teorema 3 dagi mexanizm kamida bitta raqobatchi uchun $a_{i1} \geq 0$ bo‘lganda ishlamaydi; biroq bu monopoliya yuzaga kelmasligining yetarli sharti emas va alohida tahlil talab qiladi.

Bozordan chiqish (Teorema 4). Barcha raqobatchilarga yutqazadigan firma ulushi nolga intiladi. Bu bozorning «tozalanish» mexanizmini ifodalaydi.

Birga yashash va beqarorlik (Teoremalar 2 va 5). Ichki muvozanat $Ax^* = 0$ bo‘lganda mavjud, ammo u barqaror bo‘lmasligi mumkin. Siklik raqobatda ulushlar muvozanat atrofida tobora kattalashuvchi tebranishlar qiladi. Bunday

bozorda o‘rtacha ulushlar bo‘yicha prognoz qilish noto‘g‘ri natija beradi, chunki o‘rtacha qiymatlarning o‘zi yaqinlashmasligi mumkin [5].

Olingan natijalarni adabiyotdagi modellar bilan qiyoslash mumkin. Qiya-simmetrik to‘lov matritsali evolyutsion o‘yin uchun uzluksiz vaqtli replikator tenglamasi [7] Volterra KSO ning uzluksiz analogi hisoblanadi. Siklik raqobatda uzluksiz modelda uch firma ulushlarining ko‘paytmasi harakat integrali bo‘lib, trayektoriyalar ichki muvozanat atrofida yopiq orbitalar hosil qiladi. Teorema 5 esa diskret vaqtli modelda bu ko‘paytma qat’iy kamayishini va trayektoriya simpleks chegarasiga yaqinlashishini ko‘rsatadi. Demak, iste’molchilar bir davr ichida bir marta reaksiya bildiradigan diskret model uzluksiz modelda ko‘rinmaydigan beqarorlikni ochib beradi; bunda bitta davrdagi sof ustunlik qancha kichik bo‘lsa, chegaraga yaqinlashish shuncha sekin bo‘ladi.

Bass modeli [8] bitta yangi mahsulotning bozorda tarqalishini tavsiflaydi va raqobatchi firmalar o‘rtasidagi mijozlar almashinuvini hisobga olmaydi; taklif etilgan model esa bu almashinuvni sof ustunliklar orqali bevosita ifodalaydi. Ijtimoiy dinamika modellari [9] ehtimollik master tenglamasiga asoslanadi; Teorema 1 dagi katta sonlar qonuniga asoslangan keltirib chiqarish shu turdagi stoxastik tavsifning o‘rta qiymatlar uchun deterministik yaqinlashuvi ma’nosida tushunilishi mumkin.

Modelning cheklovlari ham mavjud. Birinchidan, iste’molchilar soni o‘zgarmas va bozorga yangi firma kirmaydi deb olindi. Ikkinchidan, q_{ki} ehtimolliklar vaqtga bog‘liq emas; amalda narx siyosati ularni o‘zgartiradi. Uchinchidan, tasodifiy juft uchrashuv bir jinsli aralashuvni nazarda tutadi, ijtimoiy tarmoq tuzilmasi hisobga olinmaydi. Bu cheklovlarni vaqtga bog‘liq KSOlar, ya’ni kvadratik stoxastik jarayonlar [4] orqali yumshatish mumkin.

5. Xulosa

Maqolada iste’molchilarning tasodifiy juft uchrashuvlari va brend almashtirish ehtimolliklaridan kelib chiqib, bozor ulushlari dinamikasi Volterra tipidagi kvadratik stoxastik operator ekanligi isbotlandi (Teorema 1). Ichki

muvozanat mavjudligi mezoni (Teorema 2), ustun firmaning bozorni geometrik tezlikda egallashi (Teorema 3), raqobatbardosh bo‘lmagan firmaning bozordan chiqishi (Teorema 4) va siklik raqobatda trayektoriyalarning simpleks chegarasiga yaqinlashishi (Teorema 5) analitik usulda isbotlandi. Natijalar KSO nazariyasining iqtisodiy dinamikani tahlil qilishda samarali vosita ekanini ko‘rsatadi. Natijalarning amaliy ahamiyati shundaki, sof ustunlik koeffitsiyentlarini ketma-ket davrlardagi bozor ulushlari ma’lumotlaridan eng kichik kvadratlar usulida baholash mumkin, bu esa modelni real bozorlarni tahlil qilish va raqobat siyosatini asoslashda qo‘llash imkonini beradi. Keyingi tadqiqotlarda Volterra bo‘lmagan KSOlar, tarmoqlar o‘rtasidagi mehnat migratsiyasi modellari va a_{ki} koeff+\+itsiyentlarini real bozor ma’lumotlaridan baholash masalalari ko‘rib chiqiladi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Бернштейн С. Н. Решение одной математической проблемы, связанной с теорией наследственности // Учёные записки научно-исследовательских кафедр Украины. Отд. мат. — 1924. — Вып. 1. — С. 83-115.
2. Lyubich Yu. I. Mathematical Structures in Population Genetics. — Berlin: Springer-Verlag, 1992.
3. Ganikhodzhaev R. N. Quadratic stochastic operators, Lyapunov functions and tournaments // Russian Academy of Sciences. Sbornik Mathematics. — 1993. — Vol. 76, No. 2. — P. 489-506.
4. Захаревич М. И. О поведении траекторий и эргодической гипотезе для квадратичных отображений симплекса // Успехи математических наук. — 1978. — Т. 33, № 6. — С. 207-208.
5. Hofbauer J., Sigmund K. Evolutionary Games and Population Dynamics. — Cambridge: Cambridge University Press, 1998.
6. Bass F. M. A new product growth for model consumer durables // Management Science. — 1969. — Vol. 15, No. 5. — P. 215-227.

7. Weidlich W. Sociodynamics: A Systematic Approach to Mathematical Modelling in the Social Sciences. — Amsterdam: Harwood Academic Publishers, 2000.