SKALYAR MAYDONLAR ISHTIROKIDAGI QORA TUYNUKLAR VA YUMRONQOZIQ INLARINING BARQARORLIK TAHLILI

NAJIBULLOXON SHUKURULLOXON, HAYOTALI BEGALIYEV.
SAMARQAND DAVLAT UNIVERSITETI, NAZARIY FIZIKA KAFEDRASI, SAMARQAND, O’ZBEKISTON

Ushbu tezisda skalyar-tenzor gravitatsiyasi doirasida shakllangan asimptotik tekis, sferik simmetrik qora tuynuklar va yumronqoziq inlari (wormholes) yechimlarining radial barqarorligi qat’iy tahlil qilinadi. Skalyar maydonlarning chiziqsiz elektrodinamika (NED) yoki to’g’ridan-to’g’ri egrilik tenzori bilan o’zaro ta’siri Bekenstein’ning klassik "sochsizlik" (no-hair) teoremalarini chetlab o’tish imkonini beradi. Shunga qaramay, olingan regulyar geometriyalar dinamik g’alayonlanishlarga nisbatan turli xil beqarorliklarga moyil bo’lishi mumkin. Vaqtga bog’liq radial monopol ($l = 0$) g’alayonlanishlar kiritish orqali to’liq o’zaro bog’langan chiziqli differensial tenglamalar tizimi yagona chegaraviy shartlarga ega bo’lgan Shredinger tipidagi to’lqin tenglamasiga keltirildi. Samarali potensial manfiy qiymat qabul qiladigan sohalar uchun S-deformatsiya (S-deformation) usuli tatbiq etilib, normal holatdagi bog’langan manfiy energiyali holatlarning mavjudligi istisno qilindi.

Umumiy nisbiylik nazariyasida (UNN) skalyar maydonlar koinotning tezlanuvchan kengayishini (qora energiya) hamda erta inflyatsion bosqichlarni tushuntirishda fundamental ahamiyat kasb etadi [1]. Biroq, minimal bog’langan skalyar maydonlar doirasida statik, sferik simmetrik qora tuynuklarning mavjudligi qat’iy teoremalar bilan cheklangan. Ushbu muammoni hal qilish maqsadida skalyar-tenzor tortishish nazariyalari (STT) va chiziqsiz elektrodinamika (NED) bilan bog’langan kompleks modellar taklif etilgan [2]. Skalyar maydonlarning yana bir muhim amaliy xususiyati shundan iboratki, ular fazo-vaqt topologiyasini o’zgartirib, makroskopik yumronqoziq inlari (wormholes) mavjud bo’lishi uchun zarur bo’lgan

Nol Energiya Shartini (Null Energy Condition - NEC) buzuvchi "fantom" modda vazifasini bajarishi mumkin [3]. Qora tuynuklar va yumronqoziq inlarining matematik modellari qanchalik nafis bo’lmasin, ularning koinotda fizik obyekt sifatida mavjud bo’lishi mutlaq ravishda ularning dinamik barqarorligiga bog’liqdir.

Skalyar-tenzor gravitatsiyasi doirasida ixtiyoriy skalyar maydon ϕ va elektromagnit maydon bilan ta’sirlashuvchi tizimning umumiy harakat ta’siri (action) quyidagicha ifodalanadi:

$$\mathcal{S} = \int d^4x\sqrt{-g}\left[f(\phi)R - \frac{1}{2}h(\phi)g^{\mu\nu}\,\partial_\mu\phi\,\partial_\nu\phi - V(\phi) + \mathcal{L}_{NED}(F)\right] (1)$$

bu yerda R – Ricci skalyari, $f(\phi)$ – no-minimal bog’lanish funksiyasi, $h(\phi)$ – kinetik hadning ko’paytuvchisi, $V(\phi)$ – skalyar maydon potensiali hamda $\mathcal{L}_{NED}(F)$ – elektromagnit invariantga ($F = F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$) bog’liq bo’lgan chiziqsiz elektrodinamika lagranjiani. Eynshteyn va skalyar maydon tenglamalarini keltirib chiqarish uchun ta’sirni $g^{\mu\nu}$ va ϕ o’zgaruvchilari bo’yicha variatsiyalaymiz. Statik va sferik simmetrik fazo-vaqt metrikasini Shvarschild koordinatalarida quyidagicha yozib olamiz:

$$ds^2 = -e^{\nu(r)}dt^2 + e^{\lambda(r)}dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2). (2)$$

Fizik jihatdan ma’noga ega bo’lgan regulyar qora tuynuklar va yumronqoziq inlari yechimlarini izlash asimptotik tekislik va ufqda metrik funksiyalarining regulyarlik shartlariga qat’iy bo’ysunishini talab qiladi. Jumladan, yumronqoziq inlari uchun tomog’ (throat) qismida egrilik areal radiusi r o’zining noldan farqli minimal qiymatiga erishishi ($dr = 0$) va mos ravishda $e^{-\lambda(r)} \to 0$ sharti bajarilishi matematik talab etiladi [4].

Fizik obyektlarning yashovchanligini tekshirish ularning kichik g’alayonlanishlarga (perturbations) bo’lgan reaksiyasini o’rganishni anglatadi. Radial ($l = 0$) monopol g’alayonlanishlarni vaqtga bog’liq shaklda kiritamiz:

$$\nu(t,r) = \nu_0(r) + \delta\nu(t,r), \quad \lambda(t,r) = \lambda_0(r) + \delta\lambda(t,r), \quad \phi(t,r) = \phi_0(r) + \delta\phi(t,r). (3)$$

Bu yerda nol indeksli kattaliklar statik fon yechimlarini bildiradi. Ushbu g’alayonlanishlarni maydon tenglamalariga qo’yib, faqat birinchi tartibli chiziqli

hadlarni qoldiramiz. Skalyar maydon va metrika g’alayonlanishlari orasidagi murakkab chiziqli bog’lanishlarni konformal Eynshteyn foniga o’tish yoki kalibrovka-invariant usullar yordamida yagona dinamik erkinlik darajasiga ajratish (decoupling) mumkin. To’lqin funksiyasi uchun harmonik vaqt bog’liqligini $\Psi(t,x) = \Psi(x)e^{-i\omega t}$ kiritish orqali (2) metrikadagi g’alayonlanishlar yagona Shredinger tipidagi master-tenglamaga keltiriladi [5]:

$$-\frac{d^2\Psi}{dx^2} + V_{eff}(x)\Psi = \omega^2\Psi (4)$$

bu yerda x – fizik "toshbaqa" (tortoise) koordinatasi ($dx = e^{(\lambda-\nu)/2}dr$), $V_{eff}(x)$ esa konfiguratsiyaning samarali potensialidir. Agar yechim spektrida $\omega^2 > 0$ bo’lsa, xususiy funksiyalar tebranuvchi xarakterga ega va fon barqaror. Ammo, tenglama $\omega^2 < 0$ manfiy xususiy qiymatlarga (taxyonik holatlar) ega bo’lsa, bu to’lqinning vaqt bo’yicha eksponensial o’suvchi beqarorligini bildiradi.

Agar (4) tenglamadagi $V_{eff}(x) \geq 0$ sharti integrallash sohasi $x \in (-\infty, +\infty)$ dagi barcha nuqtalarda bajarilsa, fon yechimi absolyut barqaror hisoblanadi. Biroq, no-minimal bog’lanishlar va NED orqa ta’siri (backreaction) ufq yoki yumronqoziq tomog’i yaqinida qat’iy lokalizatsiyalangan manfiy potensial o’ralarni (negative wells) hosil qilishi mumkin. Bu hududlarda eksponensial o’suvchi bog’langan holatlarning (bound states) mavjudligini tasdiqlash yoki inkor qilish uchun S-deformatsiya (S-deformation) usuli qat’iy analitik asbob hisoblanadi.

Tenglamani kompleks qo’shmasiga ko’paytirib integrallash va istalgan silliq, regulyar $S(x)$ deformatsiya funksiyasini kiritish orqali, asimptotikalardagi chegaraviy shartlar ($[S(x)|\Psi|^2]_{-\infty}^{+\infty} = 0$) qat’iy qanoatlantirilganda, kinetik had quyidagicha algebraik qayta shakllantiriladi:

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\left(\left|\frac{d\Psi}{dx} + S(x)\Psi\right|^2 + \tilde{V}_{eff}(x)|\Psi|^2\right)dx = \omega^2\int_{-\infty}^{+\infty}|\Psi|^2 dx. (5)$$

Bu yerda deformatsiyalangan samarali potensial algebraik jihatdan $\tilde{V}_{eff}(x) = V_{eff}(x) + \frac{dS}{dx} - S^2(x)$ ko’rinishida aniqlanadi. Barqarorlikning matematik kriteriyasi shuni taqozo etadiki, agar integrallash sohasining barcha nuqtalarida $\tilde{V}_{eff}(x) \geq 0$ shartini qanoatlantiruvchi differensiallanuvchi regulyar $S(x)$ funksiyasi (Riccati

tipidagi $\frac{dS}{dx} - S^2(x) \geq -V_{eff}(x)$ tengsizlik yechimi) mavjud bo’lsa, u holda $\omega^2 < 0$ bo’lgan holatlar butunlay istisno qilinadi. Aks holda, konfiguratsiya berilgan parametrlar fazosida dinamik jihatdan beqaror deb topiladi.

Tadqiqotimiz shuni ko’rsatadiki, skalyar-tenzor gravitatsiyasi regulyar qora tuynuklar va asimptotik tekis yumronqoziq inlari kabi noyob astrofizik obyektlarni modellashtirish uchun fundamental matematik baza yaratadi. Shunga qaramay, ularning fizik jihatdan yashovchanligi radial barqarorlik qonuniyatlariga qat’iy tobe hisoblanadi. S-deformatsiya usulining tatbiq etilishi orqali fon yechimlarining absolyut barqarorlik chegaralari qora tuynukning effektiv skalyar zaryadi va chiziqsiz elektrodinamikaning ta’sir kuchi parametrlari o’rtasidagi murakkab algebraik tengsizliklar yordamida aniq belgilab berildi. Olingan analitik natijalar relyativistik astrofizikada kuchli gravitatsion maydonlar dinamikasini chuqurroq anglashga xizmat qiladi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Bronnikov K. A., Rubin S. G. *Black holes, cosmology and extra dimensions*. – World Scientific, 2012.
2. Bronnikov K. A. Scalar-tensor theory and scalar charge // *Acta Physica Polonica B*. – 2001. – T. 32. – №. 11. – S. 3571-3592.
3. Visser M. *Lorentzian wormholes: from Einstein to Hawking*. – American Institute of Physics, 1995.
4. Bronnikov K. A. Regular magnetic black holes and monopoles from nonlinear electrodynamics // *Physical Review D*. – 2001. – T. 63. – №. 4. – S. 044005.
5. Kodama H., Ishibashi A. A master equation for gravitational perturbations of maximally symmetric black holes in higher dimensions // *Progress of Theoretical Physics*. – 2003. – T. 110. – №. 4. – S. 701-722.